

Entender el problema 4

La armadura nudo por nudo, qué es el pandeo y por qué la tensión crítica se topa en σ_y .
Sin dar nada por sabido.

Los problemas 1, 2 y 3 eran de **análisis**: te daban la estructura y las cargas, y tenías que sacar una reacción o un desplazamiento. El 4 es distinto: es de **diseño**. Te dan la estructura y el perfil, y te preguntan **cuánta carga aguanta**.

EN REALIDAD SON DOS PROBLEMAS PEGADOS

MITAD 1 – ANÁLISIS. ¿Cuánta fuerza lleva cada barra?

Respuesta: una tabla con las 13 barras en función de P.

MITAD 2 – DISEÑO. ¿Hasta dónde puede crecer P sin que nada falle?

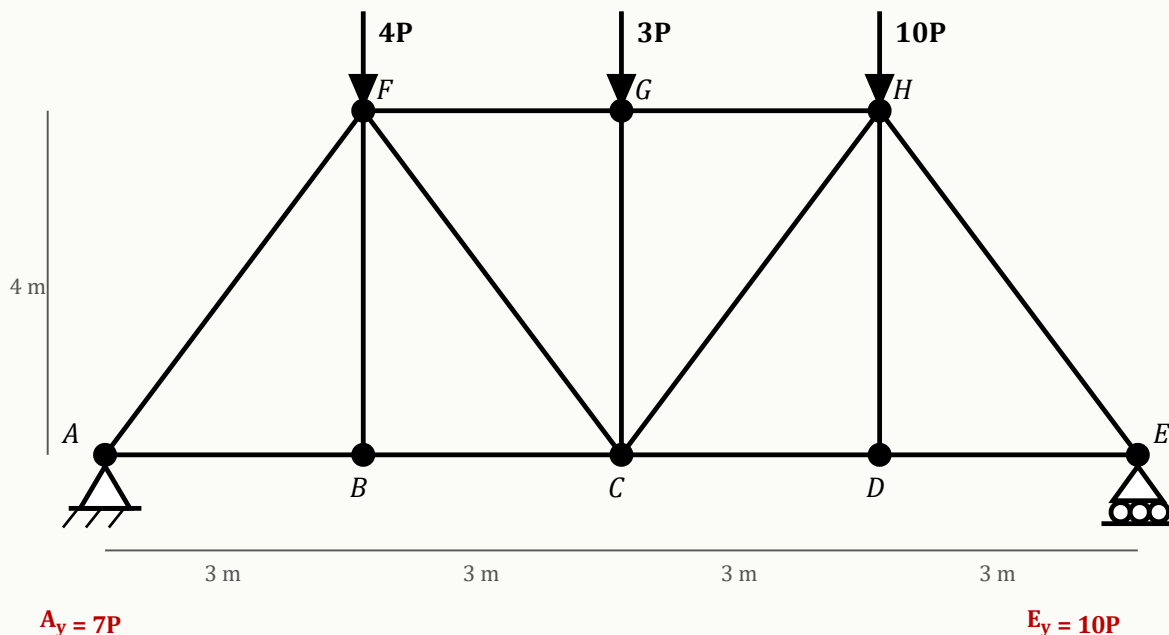
Respuesta: un número, el menor de todos los límites.

El **punto** entre las dos mitades es la tabla: como todas las fuerzas salen en función de P ($5,25P \cdot 7,5P \cdot 12,5P \dots$), cada criterio de falla se convierte en una desigualdad del tipo «tantas veces $P \leq \text{tanto}$ », y P se despeja sola.

Y como cada barra da su propia desigualdad, al final tienes **una lista de límites** y te quedas con el más pequeño. Ése es el que *rige*. Los demás sobran.

PARTE 1

La armadura: qué es y por qué se resuelve así



La armadura del enunciado: 12 m de luz, 4 m de altura, paños de 3 m. A es pasador, E es rodillo. Cargas 4P · 3P · 10P sobre el cordón superior.

Una **armadura** es una estructura de barras rectas unidas por **articulaciones** y cargada **únicamente en los nudos**. Esas dos condiciones son las que lo hacen todo fácil, y conviene ver por qué.

LA CONSECUENCIA QUE LO SIMPLIFICA TODO

Si una barra está articulada en sus dos extremos y no tiene ninguna carga entre medio, entonces solo recibe fuerzas en esos dos puntos. Y un cuerpo en equilibrio bajo **solo dos fuerzas** exige que sean iguales, opuestas y **colineales** — si no, formarían un par y giraría. La única recta que une los dos extremos es **el eje de la barra**.

Conclusión: **en una armadura, TODAS las barras trabajan solo a fuerza axial**. Ni flexión ni cortante. Por eso el problema no lleva ni una sola integral, a diferencia de los tres anteriores.

¿Es isostática?

Antes de intentar resolverla por estática hay que comprobar que se puede. La fórmula de armaduras compara **incógnitas contra ecuaciones**:

$$\text{Incógnitas} = b + r = 13 \text{ barras} + 3 \text{ reacciones} = 16$$

(A es pasador $\rightarrow A_x$ y A_y · E es rodillo $\rightarrow E_y$)

$$\text{Ecuaciones} = 2n = 2 \times 8 \text{ nudos} = 16$$

(cada nudo da $\Sigma F_x = 0$ y $\Sigma F_y = 0$)

$$\text{G.D.H.} = 16 - 16 = 0 \rightarrow \text{ISOSTÁTICA}$$

POR QUÉ 2 ECUACIONES POR NUDO Y NO 3

Porque en un nudo **todas las fuerzas concurren en el mismo punto**. Todas tienen brazo cero respecto a ese punto, así que $\Sigma M = 0$ se cumple sola y no aporta información. Quedan solo las dos de fuerzas.

Y de ahí la regla operativa: **un nudo se puede resolver si tiene como máximo dos barras de fuerza desconocida.**

PARTE 2

Las reacciones

Primero el equilibrio global, tratando toda la armadura como un solo cuerpo. Tomo momentos en **A** porque ahí concurren dos de las tres incógnitas (A_x y A_y) y tienen brazo cero:

$$\begin{aligned} \Sigma M_A = 0 : \quad E_y(12) &= 4P(3) + 3P(6) + 10P(9) \\ E_y(12) &= 12P + 18P + 90P = 120P \\ E_y &= 10P \uparrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_y = 0 : \quad A_y + 10P &= 4P + 3P + 10P = 17P \\ A_y &= 7P \uparrow \end{aligned}$$

$$\Sigma F_x = 0 : \quad A_x = 0 \quad (\text{no hay ninguna carga horizontal})$$

¿POR QUÉ E SE LLEVA MÁS QUE A?

Porque la carga está **descentrada hacia la derecha**: la más grande, 10P, cuelga de H, a 9 m de A pero a solo 3 m de E. La resultante de las tres cargas (17P) actúa a $120P/17P = 7,06$ m de A, o sea a la derecha del centro de la luz.

Y hay una comprobación de sentido común: **el apoyo más cercano a la resultante se lleva más carga**. Si te sale al revés, revisa.

PARTE 3

Método de los nudos, uno por uno

El método consiste en aislar cada nudo, dibujarle su cuerpo libre y plantear sus dos ecuaciones. La única disciplina es **el orden**: hay que empezar donde solo haya dos incógnitas e ir avanzando hacia adentro.

LOS DOS CONVENIOS QUE HAY QUE FIJAR ANTES DE EMPEZAR

1. SIEMPRE supongo TRACCIÓN. La flecha de cada barra desconocida se dibuja SALIENDO del nudo (la barra lo jala hacia el otro extremo).

Si el resultado sale negativo → la barra está COMPRIMIDA. Nada que rehacer.

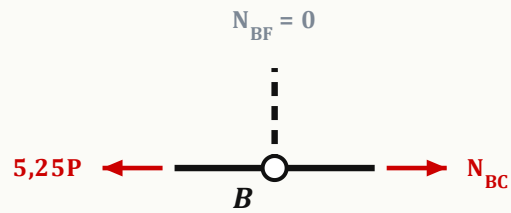
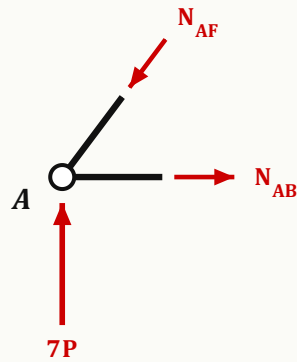
2. Las diagonales son 3-4-5. 3 m horizontales, 4 m verticales, $L = 5$ m.

$$\cos = 3/5 = 0,6 \quad \text{sen} = 4/5 = 0,8$$

Ese 0,6 y ese 0,8 van a aparecer en **todos** los nudos con diagonal. Vale la pena escribirlos una vez arriba de la hoja y no volver a deducirlos.

¿Por dónde empiezo? Por **A** y por **E**: son los únicos nudos donde concurren solo dos barras y además ya conozco la reacción.

Nudos A y B



Nudo A (barras AB horizontal y AF diagonal + reacción 7P ↑)

$$\Sigma F_y = 0 : 0,8 \cdot N_{AF} + 7P = 0 \quad \rightarrow \quad N_{AF} = -8,75P \quad (\text{COMPRESIÓN})$$

$$\Sigma F_x = 0 : N_{AB} + 0,6(-8,75P) = 0 \quad \rightarrow \quad N_{AB} = +5,25P \quad (\text{TRACCIÓN})$$

Nudo B (AB y BC colineales + BF vertical, SIN carga)

$$\Sigma F_y = 0 : N_{BF} = 0 \quad (\text{BARRA NULA})$$

$$\Sigma F_x = 0 : N_{BC} = 5,25P \quad (\text{pasa de largo, igual que AB})$$

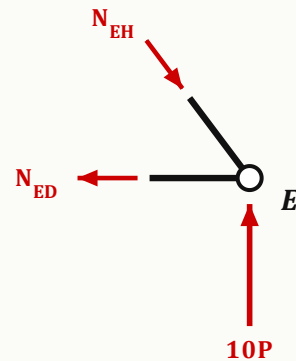
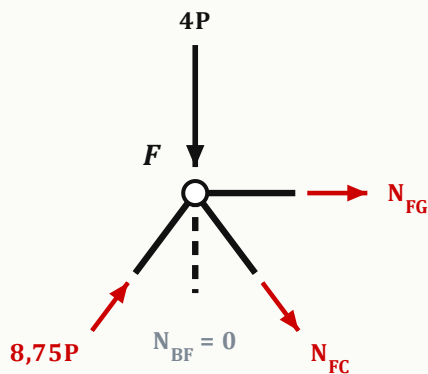
Fíjate en el orden dentro del nudo A: **empiezo por ΣF_y** , no por ΣF_x . ¿Por qué? Porque AB es horizontal y no aparece en la ecuación vertical, así que ΣF_y tiene **una sola incógnita** y se despeja de un tirón. Después, con N_{AF} ya conocida, ΣF_x también queda con una sola. **Elegir el orden de las dos ecuaciones te ahorra resolver un sistema.**

COMPROBACIÓN FÍSICA DEL SIGNO

La reacción en A empuja el nudo **hacia arriba** con 7P. Para equilibrarlo, algo tiene que jalarlo hacia abajo, y lo único disponible es la componente vertical de la diagonal AF. O sea que AF tiene que **empujar** el nudo hacia abajo → está **comprimida**. Y eso es lo que dice el $-8,75P$.

Tiene todo el sentido estructural: **AF es la diagonal que baja la carga del cordón superior hasta el apoyo**, así que va a compresión, como una pata.

Nudos F y E



Nudo F (AF y FC diagonales + FG horizontal + carga 4P ↓)

$$\Sigma F_y = 0 : 0,8(8,75P) - 0,8 \cdot N_{FC} - 4P = 0$$

$$7P - 0,8 \cdot N_{FC} - 4P = 0 \rightarrow N_{FC} = + 3,75P \text{ (TRACCIÓN)}$$

$$\Sigma F_x = 0 : 5,25P + N_{FG} + 0,6(3,75P) = 0 \rightarrow N_{FG} = - 7,5P \text{ (COMPRESIÓN)}$$

Nudo E (ED horizontal y EH diagonal + reacción 10P ↑)

$$\Sigma F_y = 0 : 0,8 \cdot N_{EH} + 10P = 0 \rightarrow N_{EH} = - 12,5P \text{ (COMPRESIÓN)}$$

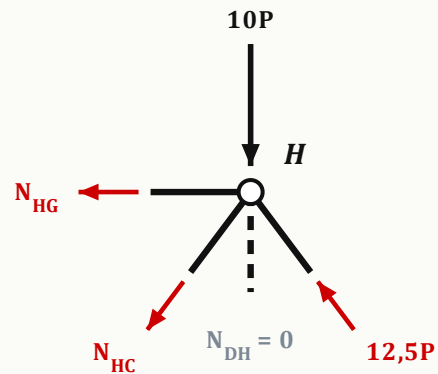
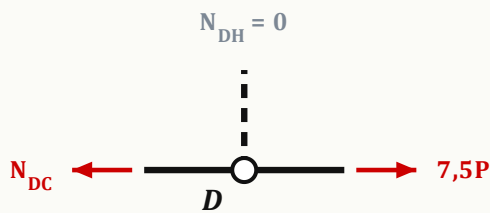
$$\Sigma F_x = 0 : -N_{ED} + 0,6(12,5P) = 0 \rightarrow N_{ED} = + 7,5P \text{ (TRACCIÓN)}$$

AHÍ ESTÁ LA BARRA QUE VA A DECIDIR TODO EL PROBLEMA

$N_{EH} = 12,5P$ en compresión es, con diferencia, la mayor de las trece. Y sale del cálculo más corto de todos: $10P / 0,8 = 12,5P$ — literalmente la carga del nudo H dividida entre el seno de la diagonal.

Es lógico: HE tiene que bajar hasta el apoyo E toda la carga de 10P que cuelga en H, y como lo hace en diagonal, necesita **más** fuerza que la carga que baja. Cuanto más tumbada esté la diagonal, peor. Guárdate este número: es el que al final va a fijar $P = 68$ kN.

Nudos D y H



Nudo D (CD y DE colineales + DH vertical, SIN carga)

$$\Sigma F_y = 0 : N_{DH} = 0 \quad (\text{BARRA NULA})$$

$$\Sigma F_x = 0 : N_{DC} = 7,5P$$

Nudo H (EH y HC diagonales + HG horizontal + carga 10P ↓)

$$\Sigma F_y = 0 : 0,8(12,5P) - 0,8 \cdot N_{HC} - 10P = 0$$

$$10P - 0,8 \cdot N_{HC} - 10P = 0 \rightarrow N_{HC} = 0 \quad (\text{BARRA NULA})$$

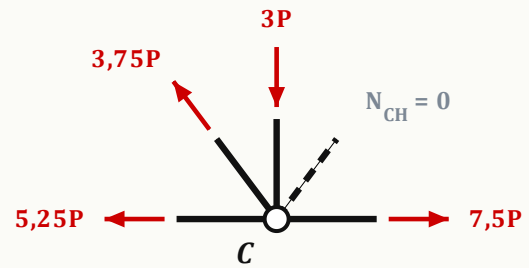
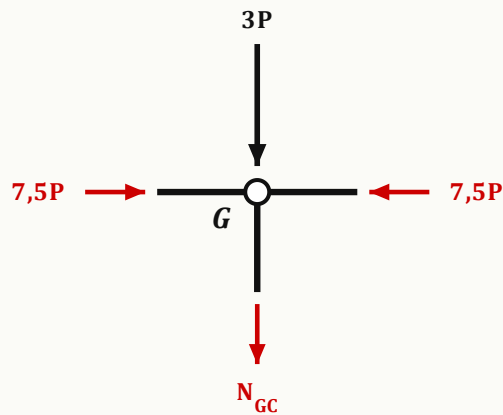
$$\Sigma F_x = 0 : -0,6(12,5P) - N_{HG} = 0 \rightarrow N_{HG} = -7,5P \quad (\text{COMPRESIÓN})$$

LA BARRA NULA QUE NO SE VE A SIMPLE VISTA

CH sale cero, pero **no por ninguna regla visual**: sale del cálculo. Mira la ecuación de ΣF_y en H: la componente vertical de EH vale $0,8 \times 12,5P = 10P$, que es **exactamente** la carga aplicada en ese nudo. Se cancelan, y no queda nada para la otra diagonal.

Es una **coincidencia numérica de esta combinación de cargas**, no una propiedad geométrica. Si la carga en H fuera 8P en vez de 10P, CH no sería nula. Por eso hay que calcularla y no darla por sentada — y por eso conviene decirlo así si te lo preguntan.

Nudo G, y el nudo C como comprobación



Nudo G (FG y GH colineales + CG vertical + carga $3P \downarrow$)

$$\Sigma F_y = 0 : -N_{GC} - 3P = 0 \rightarrow N_{GC} = -3P \text{ (COMPRESIÓN)}$$

Y ahora lo mejor del método: como la armadura es isostática y ya usé siete nudos, **el nudo C me sobra**. Eso no es un desperdicio — es **la verificación**. Si me equivoqué en un signo en cualquier punto del recorrido, este nudo no cierra:

Nudo C (COMPROBACIÓN — no se usa para resolver)

$$\Sigma F_y : 0,8(3,75P) - 3P + 0,8(0) = 3P - 3P = 0 \quad \checkmark$$

$$\Sigma F_x : -5,25P + 7,5P - 0,6(3,75P) + 0,6(0) = 0 \quad \checkmark$$

CÍTALA EN LA DEFENSA

Si te preguntan «¿cómo sabes que la tabla está bien?», ésta es la respuesta: **el nudo C cierra sin haberlo usado**. En una isostática siempre sobra un nudo, y ese nudo sobrante es un chequeo gratis de todo lo anterior.

PARTE 4

Las barras nulas

Salieron tres: BF, DH y CH. Conviene tener claras las reglas porque ahorran muchísimo tiempo y son pregunta segura.

REGLA 1 Dos barras NO colineales en un nudo descargado → las dos son nulas.

REGLA 2 Dos barras colineales + una tercera, nudo descargado → la tercera es nula.

(es el caso de **BF** y de **DH**)

REGLA 3 Dos barras en un nudo con la carga alineada con una de ellas → la otra es nula.

Y LA CUARTA la que no se ve: sale del cálculo, como **CH**.

En los nudos **B** y **D** aplica la regla 2: AB y BC son colineales (las dos horizontales, en el cordón inferior) y BF es perpendicular, sin ninguna carga aplicada. La ecuación vertical queda con un solo término, que por fuerza vale cero.

CUIDADO CON LO QUE SIGNIFICA «NULA»

Una barra nula **no es una barra inútil**. Es una barra descargada *para esta hipótesis de carga*. Aporta estabilidad geométrica y empieza a trabajar en cuanto la carga cambie — por ejemplo, si apareciera viento, o si la carga se aplicara solo en medio vano.

Y ojo con el dibujo: una barra nula se traza **punteada y sin flecha**, rotulada $N = 0$. Ponerle una flecha de fuerza a una barra de fuerza cero es un error de dibujo.

PARTE 5

La tabla de fuerzas

El enunciado la pide explícitamente, y hay que darla **completa, con las 13 barras**, incluidas las nulas, y con la columna de tracción/compresión. Esa columna no es decorativa: **es la que decide qué criterio de falla aplica después**.

Miembro	L (m)	Fuerza	Tipo	Miembro	L (m)	Fuerza	Tipo
AB	3	5,25 P	Tracción	BF	4	0	Nula
BC	3	5,25 P	Tracción	CG	4	3,00 P	Compresión
CD	3	7,50 P	Tracción	DH	4	0	Nula
DE	3	7,50 P	Tracción	AF	5	8,75 P	Compresión
FG	3	7,50 P	Compresión	FC	5	3,75 P	Tracción
GH	3	7,50 P	Compresión	CH	5	0	Nula
				HE	5	12,50 P	Compresión ← la mayor

LEE LA TABLA ANTES DE SEGUIR

Máxima TRACCIÓN → CD y DE, con **7,5 P**

Máxima COMPRESIÓN → **HE**, con **12,5 P** ← ésta es la crítica

Con esos dos números ya se puede hacer todo el diseño. Todo lo demás de la tabla es para demostrar que los calculaste.

PARTE 6

Qué es un factor de seguridad

Antes de aplicar los criterios, conviene tener claro qué es el número que el enunciado te da.

$$FS = \text{lo que la pieza AGUANTA} \div \text{lo que le PONES}$$

Un FS de 1,75 contra cedencia significa: *la tensión de trabajo no puede pasar de $\sigma_y/1,75$* . O sea, te quedas con un 57 % de la capacidad y el 43 % restante es el margen. No es desconfianza en el cálculo: es margen contra todo lo que el cálculo no sabe — que el acero venga un poco flojo, que la carga real sea mayor que la de proyecto, que el perfil tenga una tolerancia de laminación, que la estructura se corra.

POR QUÉ ACÁ HAY DOS FACTORES DISTINTOS

Ésta es la pregunta conceptual del problema, y tiene una respuesta buena:

La cedencia es una falla dúctil. El acero fluye, se deforma visiblemente, redistribuye esfuerzos hacia las zonas menos cargadas y **avisa** antes de colapsar. Además σ_y es un dato muy confiable, medido en ensayo.

El pandeo es una inestabilidad. Es **súbito**, sin aviso, y catastrófico: la barra pasa de recta a arqueada de golpe. Y sobre todo, es **hipersensible a las imperfecciones** — una curvatura inicial de milímetros, una excentricidad en el nudo, las tensiones residuales que deja la laminación en caliente. La carga real de pandeo de una columna de taller es siempre **menor** que la teórica.

Predicción menos confiable + consecuencia peor = **más margen**. De ahí el 3 contra el 1,75.

PARTE 7

Criterio 1 — cedencia

Éste es el fácil. La cedencia le aplica a **cualquier** miembro que alcance σ_y , esté traccionado o comprimido — el enunciado dice «falla por cedencia», no «por tracción».

Datos del perfil W250×80 (de la tabla):

$$A = 10\,200 \text{ mm}^2 \quad I_x = 126 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad I_y = 43,1 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

$$r_x = 111 \text{ mm} \quad r_y = 65,0 \text{ mm}$$

$$\sigma_{adm} = \sigma_y / FS = 250 / 1,75 = 142,86 \text{ MPa}$$

$$N_{adm} = \sigma_{adm} \cdot A = 142,86 \times 10\,200 = 1\,457\,143 \text{ N} = 1457,14 \text{ kN}$$

Y ahora se aplica a las dos barras extremas de la tabla:

$$\text{Máxima TRACCIÓN (CD, DE): } 7,5 P \leq 1457,14 \rightarrow P \leq 194,29 \text{ kN}$$

$$\text{Máxima COMPRESIÓN (HE): } 12,5 P \leq 1457,14 \rightarrow P \leq 116,57 \text{ kN} \leftarrow \text{manda}$$

POR QUÉ TAMBIÉN LA COMPRESIÓN, SI «CEDENCIA» SUENA A TRACCIÓN

Porque la cedencia es una propiedad del **material**: el acero fluye a 250 MPa lo estires o lo aplastes. Un miembro comprimido tiene **dos** maneras de fallar (ceder o pandear) y hay que revisarle las dos.

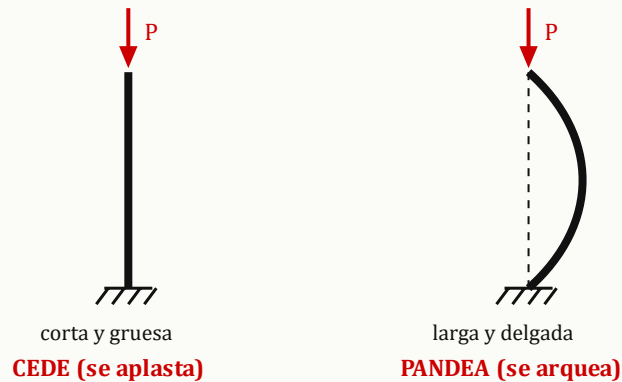
Aquí, además, la que manda dentro de este criterio es la comprimida, porque $12,5P > 7,5P$ y el N_{adm} es el mismo para todas (todos los miembros son el mismo perfil).

PARTE 8

Qué es el pandeo, desde cero

Toma una regla de plástico y comprímla por los extremos con las manos. **No se aplasta**: llega un momento en que se arquea de golpe hacia un lado. Eso es pandeo, y es una falla completamente distinta a las que has visto hasta ahora.

La misma sección, la misma carga · lo único que cambia es el LARGO



La misma sección y la misma carga. La corta cede por resistencia; la larga se arquea mucho antes de llegar a σ_y .

RESISTENCIA CONTRA ESTABILIDAD

Cuando una pieza **cede**, es porque la tensión llegó al límite del material. Es un problema de **resistencia**: comparas σ contra σ_y .

Cuando una pieza **pandea**, el material **ni se enteró** — la tensión puede estar muy por debajo de σ_y . Lo que falló es la **forma**: la posición recta dejó de ser estable. Es un problema de **estabilidad**.

La imagen que lo fija: una bola en el fondo de un valle, si la empujas, vuelve — **estable**. La misma bola en la cima de una loma, si la empujas, se va — **inestable**. Una columna comprimida está en el valle mientras la carga sea baja, y hay una carga exacta a la que pasa a la cima. Esa es la **carga crítica**.

La fórmula de Euler

Euler calculó exactamente esa carga:

$$P_{cr} = \pi^2 E I / L_e^2 \quad \text{y dividiendo entre el área:}$$

$$\sigma_{cr} = \pi^2 E / (L_e/r)^2 = \pi^2 E / \lambda^2 \quad \text{con} \quad r = \sqrt{I/A}$$

MIRA LO QUE NO APARECE EN ESA FÓRMULA

σ_y no está por ningún lado. Solo aparecen E (la rigidez), I (la forma de la sección) y L (el largo).

Consecuencia práctica que suelen preguntar: **poner acero de alta resistencia en una columna esbelta no sirve absolutamente de nada**. Todos los aceros estructurales tienen prácticamente el mismo E (200 GPa), así que pandean con la misma carga. Para mejorar una columna esbelta hay que darle **más inercia** o **acortarla**, no más resistencia.

El radio de giro y la esbeltez

El **radio de giro** $r = \sqrt{I/A}$ mide qué tan **lejos del eje** está repartida el área. Dos perfiles con la misma área pueden tener r muy distintos: si el material está lejos del eje (un tubo), r es grande y cuesta más doblarlo.

Y la **esbeltez** $\lambda = L_e/r$ es el número que decide todo el problema. Fíjate en que σ_{cr} cae con el **cuadrado** de λ :

duplicar la longitud $\rightarrow \lambda$ se duplica $\rightarrow \sigma_{cr}$ cae a la **CUARTA PARTE**

Y L_e , LA LONGITUD EFECTIVA

$L_e = K \cdot L$, donde K depende de cómo estén sujetos los extremos. Aquí **$K = 1$** , extremos articulados, que es la hipótesis propia de una armadura ideal: los nudos son pasadores y no transmiten momento.

Si los nudos fueran soldados y rígidos, K bajaría a 0,7–0,8 y la barra resistiría más. Así que **$K = 1$ es la hipótesis conservadora**, y por eso es la que se usa cuando el enunciado no dice nada.

PARTE 9

Por qué NO se puede usar Euler aquí

Ésta es la pregunta clave del problema, y la que separa a quien entendió de quien copió una fórmula. Calculemos la esbeltez de la barra crítica:

HE mide 5 m = 5000 mm, y $r_{\min} = r_y = 65$ mm

$$\lambda = 5000 / 65 = \mathbf{76,92}$$

Metiéndolo en Euler:

$$\sigma_{cr} = \pi^2(200\ 000) / 76,92^2 = \mathbf{333,6\ MPa}$$

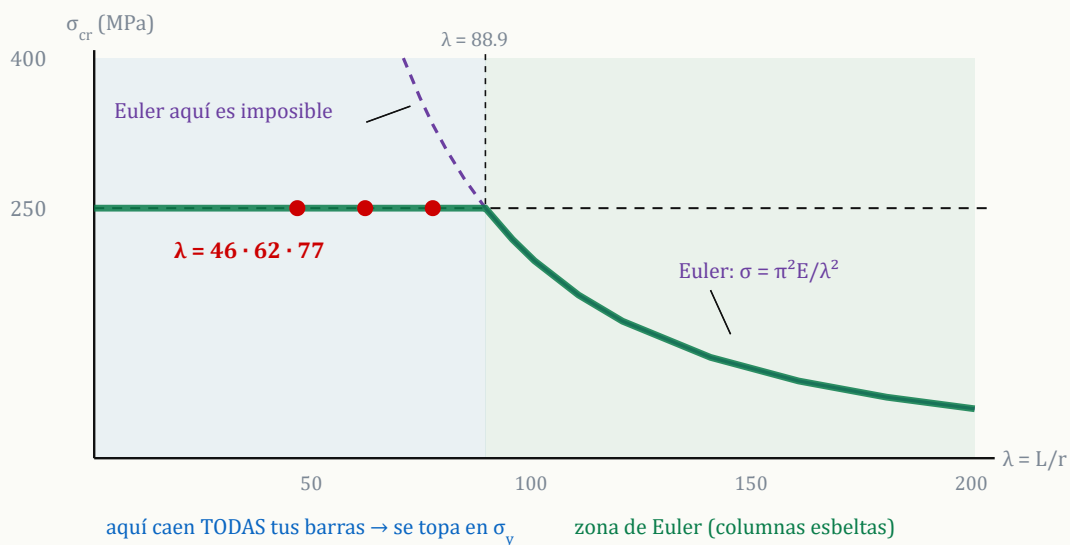
ESE NÚMERO ES IMPOSIBLE

Euler predice que la barra pandearía a **333,6 MPa**... pero el acero **cede a 250 MPa**. La barra habría fluido mucho antes de llegar a esa tensión: **nunca alcanza la carga de pandeo elástico**.

El problema es que la fórmula de Euler usa **E**, la pendiente de la zona elástica. Solo vale mientras el material siga elástico, es decir mientras $\sigma_{cr} \leq \sigma_y$. Fuera de ahí la fórmula sigue dando números, pero son **física ficción**.

Por eso el enunciado dice literalmente: «*usar la tensión de cedencia como valor máximo de la tensión crítica*». Te está diciendo que topes en 250.

La esbeltez frontera, dibujada



La curva morada es Euler. A la izquierda de $\lambda \approx 89$ predice más que σ_y , o sea imposible (por eso va punteada). La línea verde gruesa es la σ_{cr} que de verdad se usa. **Los tres puntos rojos son tus barras: las tres caen en la zona del tope.**

Euler predice exactamente σ_y cuando:

$$\pi^2 E / \lambda^2 = \sigma_y \quad \rightarrow \quad \lambda = \pi \sqrt{E / \sigma_y} = \pi \sqrt{(200\,000 / 250)} = \mathbf{88,9}$$

Y el criterio del AISC usa una frontera todavía más alta, $\lambda_c = \sqrt{(2\pi^2 E / \sigma_y)} = \mathbf{125,7}$,

porque las tensiones residuales hacen que el comportamiento inelástico empiece antes.

Barra	L (mm)	$\lambda = L/r_y$	σ_{cr} de Euler	¿Vale Euler?	σ_{cr} que se usa
FG, GH	3000	46,15	926,6 MPa	no, $\gg \sigma_y$	250
CG	4000	61,54	521,2 MPa	no, $\gg \sigma_y$	250
AF	5000	76,92	333,6 MPa	no, $> \sigma_y$	250
HE	5000	76,92	333,6 MPa	no, $> \sigma_y$	250

LA CONSECUENCIA QUE HAY QUE ENTENDER

Como **las cuatro barras comprimidas se topan en el mismo 250 MPa**, todas tienen exactamente la misma capacidad:

$$P_{cr} = 250 \times 10\,200 = 2\,550\,000 \text{ N} = \mathbf{2550 \text{ kN}} \quad (\text{igual para las cuatro})$$

$$P_{adm} = 2550 / 3 = \mathbf{850 \text{ kN}}$$

Y por lo tanto **en este problema la longitud de la barra no cambia nada**. Manda simplemente la que lleva más fuerza. Es contraintuitivo — uno espera que la más larga sea la peor — y por eso es una pregunta excelente para la defensa.

¿POR QUÉ R_y Y NO R_x ?

Porque una columna **pandea siempre por su eje de menor inercia**: el menor r da la **mayor** esbeltez, y la mayor esbeltez da la **menor** tensión crítica. Es el eje débil, el camino de menos resistencia.

Con $r_y = 65 \text{ mm}$ la esbeltez de HE es 76,9; con $r_x = 111 \text{ mm}$ sería solo 45,0. Usar r_x sería quedarse **del lado inseguro**.

(Si la barra estuviera arriostrada lateralmente habría que comparar las dos esbelteces, cada una con su longitud libre, y quedarse con la mayor. Como el enunciado no menciona arriostramiento, se toma el caso más desfavorable.)

Las tres restricciones y cuál rige

Ya están los dos criterios aplicados. Ahora se juntan todos los límites y se toma el más pequeño — porque P tiene que cumplirlos **todos a la vez**:

Restricción	Barra	Cuenta	Límite de P
Cedencia sobre la máxima tracción	CD · DE	$7,5 P \leq 1457,14 \text{ kN}$	$P \leq 194,29 \text{ kN}$
Cedencia sobre la máxima compresión	HE	$12,5 P \leq 1457,14 \text{ kN}$	$P \leq 116,57 \text{ kN}$
Pandeo sobre la máxima compresión	HE	$12,5 P \leq 850 \text{ kN}$	$P \leq 68,00 \text{ kN} \leftarrow \text{RIGE}$

$P_{\text{máx}} = 68 \text{ kN}$ – controla el PANDEO del miembro HE

EL PANDEO SE COME A LA CEDENCIA, Y SE PUEDE DEMOSTRAR

Fíjate en que el criterio de cedencia sobre la compresión (116,57) resultó **inútil**: el de pandeo (68,00) es mucho más estricto. Y eso no es casualidad de este problema — es general, con estos factores:

$$\text{límite de pandeo} = \sigma_y \cdot A / 3 = 850 \text{ kN}$$

$$\text{límite de cedencia} = \sigma_y \cdot A / 1,75 = 1457 \text{ kN}$$

$$\text{razón} = 1,75 / 3 = 0,583 < 1 \rightarrow \text{el pandeo SIEMPRE es más estricto}$$

Como el enunciado manda topar σ_{cr} en σ_y , **los dos criterios arrancan del mismo 250 MPa** y solo se diferencian en el factor de seguridad. Y $3 > 1,75$. Por eso, **en un miembro comprimido de este problema, revisar la cedencia es redundante**.

Ahora: eso es una **conclusión**, no un supuesto de partida. Si el FS de pandeo hubiera sido menor que el de cedencia, se invertiría. Por eso lo correcto es escribir las tres líneas y señalar cuál rige, y no saltarse ninguna «porque ya se sabe».

Verificación final

Todo cálculo de diseño se cierra comprobando que el resultado cumple lo que se pidió:

Fuerza en HE con $P = 68 \text{ kN}$: $12,5 \times 68 = 850 \text{ kN}$

Tensión: $850\,000 \text{ N} / 10\,200 \text{ mm}^2 = 83,33 \text{ MPa}$

contra PANDEO : $250 / 83,33 = 3,00 \checkmark$ exactamente el FS pedido

Fuerza en DE (máx. tracción): $7,5 \times 68 = 510 \text{ kN} \rightarrow 50,0 \text{ MPa}$

contra CEDENCIA : $250 / 50,0 = 5,00 \checkmark$ muy por encima del 1,75 pedido

CÓMO SE LEE ESE RESULTADO

El criterio que rige queda **justo en el límite** (FS exactamente 3) y todos los demás quedan holgados. Eso **siempre** tiene que pasar: si ninguno queda al límite, es que no tomaste el mínimo; si dos quedan por debajo, te equivocaste.

Y en cargas reales: $4P = 272 \text{ kN}$ en F, $3P = 204 \text{ kN}$ en G, $10P = 680 \text{ kN}$ en H. Total $17P = 1156 \text{ kN}$ sobre una armadura de 12 m.

SI NECESITARAS MÁS CAPACIDAD

Cambiarías **solo la barra HE** por un perfil de mayor área — es la única que rige, y sustituir las trece sería un desperdicio (CH, BF y DH no llevan nada, y CG solo 3P).

Lo que **no** serviría de nada es arriostrar HE en el punto medio para bajarle la esbeltez: ya está topada en la cedencia, así que reducir λ no sube σ_{cr} ni un megapascal. Ésa es una consecuencia directa de la Parte 9 y es una pregunta muy buena para medir si entendiste.

CIERRE

El problema entero en diez líneas

1. Armadura: todas las barras son de dos fuerzas $\rightarrow$ solo axial, sin integrales.
2. Isostática: $b + r = 2n \rightarrow 13 + 3 = 16 = 2(8)$.
3. Reacciones por ΣM_A : $E_y = 10P$, $A_y = 7P$ (E se lleva más porque la carga está descentrada hacia allá).
4. Nudos desde A y E (los de dos barras), suponiendo siempre tracción.
5. Diagonales 3-4-5 $\rightarrow 0,6$ y $0,8$ en todas partes.
6. La mayor es **HE con 12,5P en compresión**; el nudo C sobra y sirve de chequeo.

7. Cedencia FS 1,75 $\rightarrow \sigma_{adm} = 142,86 \rightarrow N_{adm} = 1457 \text{ kN}$.
8. λ máxima = 76,9 < 89 $\rightarrow$ Euler daría 333,6 > 250, imposible $\rightarrow$ se topa en σ_y .
9. Pandeo FS 3 $\rightarrow P_{cr} = 2550 \text{ kN} \rightarrow P_{adm} = 850 \text{ kN}$, igual para las cuatro.
10. $12,5 P \leq 850 \rightarrow P = 68 \text{ kN}$, rige el pandeo de HE.

Entender el problema 4 · Mecánica de Sólidos II · Misael Scarbay

Los despieces de nudo son los mismos del trabajo entregado.