

Hoja limpia — lo que va escrito en el papel

Cuarta Evaluación · Mecánica de Sólidos II · Misael Scarbay · 18 hojas. Copia tal cual, en este orden. La división en hojas es orientativa: depende del tamaño de tu letra.

Encabezado y Problema 1

HOJA 1 de 18

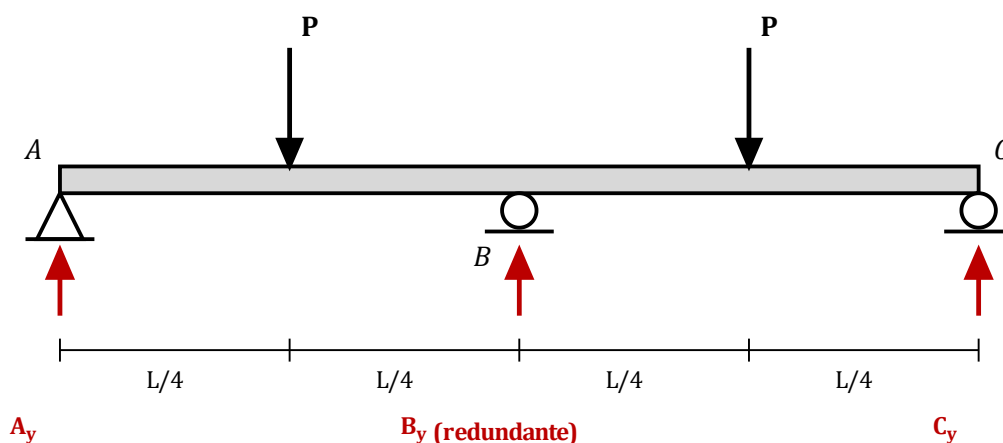
UNIVERSIDAD CATÓLICA ANDRÉS BELLO
Facultad de Ingeniería · Escuela de Ingeniería Civil
Mecánica de Sólidos II · Prof. Ing. Miguel Ángel Rodríguez

CUARTA EVALUACIÓN

Misael Scarbay · C.I. _____ · 20 de julio de 2026

PROBLEMA 1 (4 pts)

Datos: $P = 40 \text{ kN}$ · $L = 8 \text{ m}$ · $EI = \text{constante}$ · Redundante: B_y



Viga ABC: A articulación, B y C rodillos. Cargas P en el centro de cada tramo.

1 · Grado de hiperestaticidad

Reacciones incógnitas: $A_x, A_y, B_y, C_y = 4$

Ecuaciones de estática: $= 3$

G.H. $= 4 - 3 = 1 \rightarrow$ hiperestática de primer grado

$A_x = 0$ (no hay cargas horizontales)

2 · Simetría



Viga completa. La estructura y la carga son simétricas respecto a B.

Por simetría: $A_y = C_y$

$$\Sigma F_y = 0 : \quad A_y + B_y + C_y = 2P$$

$$2A_y + B_y = 2P$$

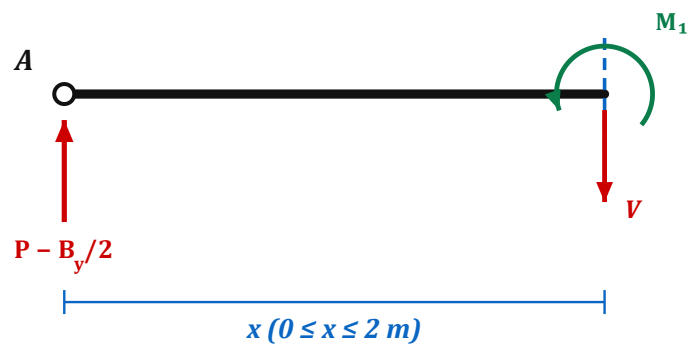
$$\rightarrow \quad A_y = C_y = P - B_y/2$$

3 · Condición de compatibilidad (Castigliano)

El apoyo B es un rodillo $\rightarrow$ el desplazamiento vertical en B es nulo:

$$\delta_B = \partial U / \partial B_y = 0 \quad \rightarrow \quad (1/EI) \int M \cdot (\partial M / \partial B_y) dx = 0$$

4 · Ecuaciones de momento — media viga (origen en A)

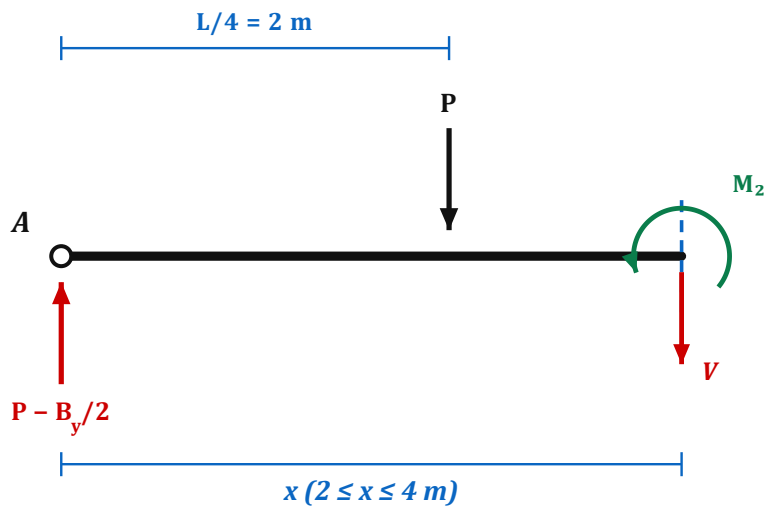


Tramo A-1: antes de la carga.

Tramo A-1 ($0 \leq x \leq L/4 = 2 \text{ m}$):

$$M_1 = A_y \cdot x = (P - B_y/2) \cdot x$$

$$\partial M_1 / \partial B_y = -x/2$$



Tramo 1-B: después de la carga P.

Tramo 1-B ($2 \text{ m} \leq x \leq L/2 = 4 \text{ m}$):

$$M_2 = A_y \cdot x - P(x - 2) = (P - B_y/2) \cdot x - P(x - 2)$$

$$\partial M_2 / \partial B_y = -x/2$$

5 · Integración (×2 por simetría) e igualación a cero

$$\delta_B = \partial U / \partial B_y = 0 :$$

$$(2/EI) \left[\int_0^2 M_1 \cdot (\partial M_1 / \partial B_y) dx + \int_2^4 M_2 \cdot (\partial M_2 / \partial B_y) dx \right] = 0$$

El 2 es la simetría: se integra media viga y se cuenta dos veces.

Paso 1 – sacar el factor común. $\partial M/\partial B_y = -x/2$ en LOS DOS tramos:

$$(2/EI) \cdot (-1/2) \left[\int_0^2 M_1 \cdot x \, dx + \int_2^4 M_2 \cdot x \, dx \right] = 0$$

$(-1/EI) [\dots] = 0$ y como $-1/EI \neq 0$, el corchete es cero:

$$\int_0^2 M_1 \cdot x \, dx + \int_2^4 M_2 \cdot x \, dx = 0$$

Paso 2 – sustituir. Con $R = A_y = P - B_y/2$:

$$M_1 = R \cdot x$$

$$M_2 = R \cdot x - P(x - 2)$$

$$\int_0^2 R \cdot x^2 \, dx + \int_2^4 [R \cdot x^2 - P(x - 2) \cdot x] \, dx = 0$$

Paso 3 – juntar las dos de $R \cdot x^2$. Misma función en tramos seguidos (0 a 2 y 2 a 4) $\rightarrow$ se unen en una sola de 0 a 4:

$$\int_0^4 R \cdot x^2 \, dx = \int_2^4 P(x - 2) \cdot x \, dx \quad (\text{la 2ª pasa al otro lado})$$

Paso 4 – resolver cada integral.

$$\text{Izquierda: } R \cdot [x^3/3]_0^4 = R \cdot (64/3 - 0) = R \cdot (64/3)$$

$$\begin{aligned} \text{Derecha: } P \cdot \int_2^4 (x^2 - 2x) \, dx &= P \cdot [x^3/3 - x^2]_2^4 \\ &= P \cdot [(64/3 - 16) - (8/3 - 4)] \\ &= P \cdot (56/3 - 12) = P \cdot (20/3) \end{aligned}$$

Paso 5 – despejar.

$$R \cdot (64/3) = P \cdot (20/3) \quad \rightarrow \quad R = 20P/64 = 5P/16$$

6 • Reacciones

$$A_y = C_y = 5P/16 = 5(40)/16 = 12,5 \text{ kN } \uparrow$$

$$B_y = 2P - 2A_y = 80 - 25 = 55 \text{ kN } \uparrow \quad (= 11P/8)$$

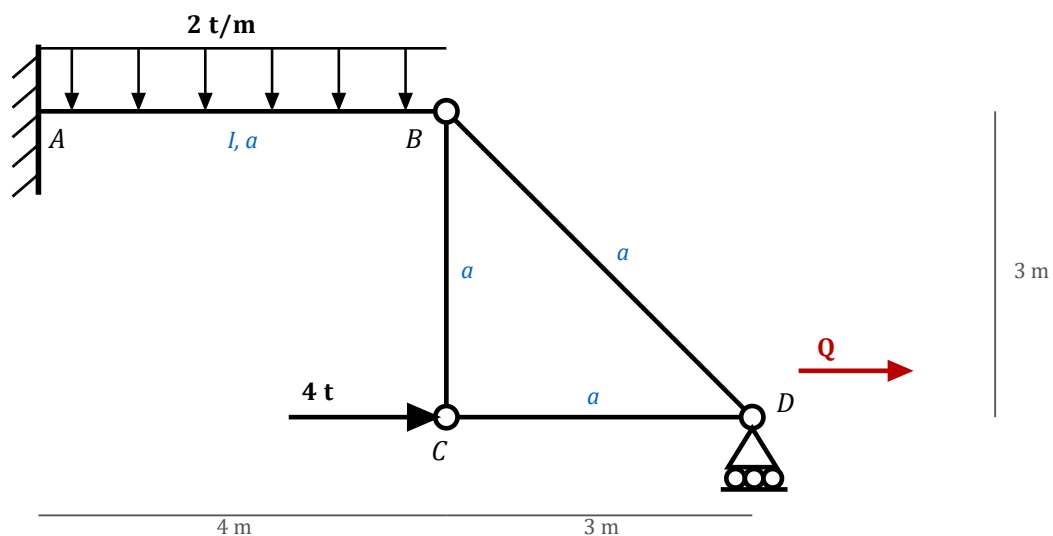
$$A_x = 0$$

$$\text{Comprobación: } 12,5 + 55 + 12,5 = 80 \text{ kN} = 2P \quad \checkmark$$

$$A_x = 0 \quad \cdot \quad A_y = C_y = 12,5 \text{ kN} \uparrow \quad \cdot \quad B_y = 55 \text{ kN} \uparrow$$

PROBLEMA 2 (4 pts) — Desplazamiento horizontal del nodo D

Datos: $EI = 1200 \text{ t} \cdot \text{m}^2$ (flexión) · $aE = 400 \text{ t}$ (axial). Miembro AB: I, a . Miembros BC, CD, BD: a .



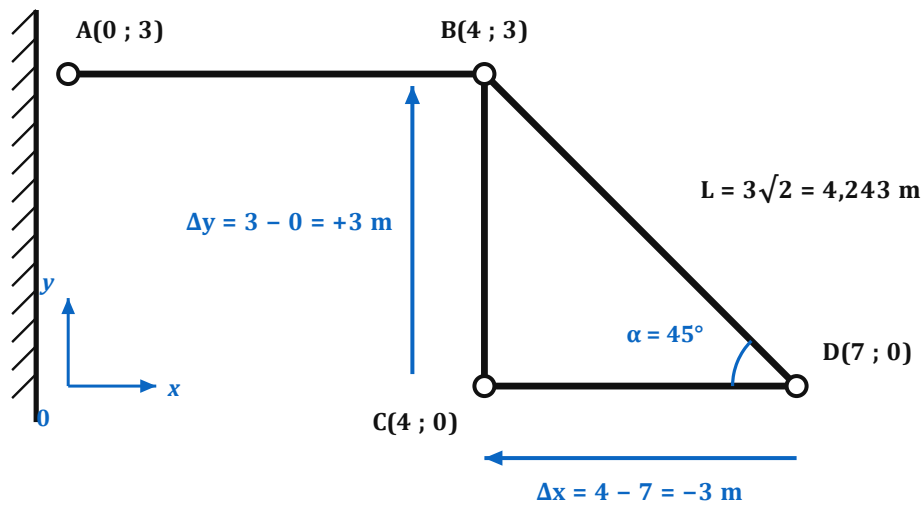
Estructura con la carga ficticia Q agregada en D (horizontal, $\rightarrow$).

En D no hay carga horizontal aplicada $\rightarrow$ se coloca una carga ficticia Q .

Al final se hace $Q = 0$.

$$\delta_D = \partial U / \partial Q \big|_{Q=0} = \sum N (\partial N / \partial Q) L / (aE) + \sum (1/EI) \int M (\partial M / \partial Q) dx$$

1 · Dirección de la diagonal BD

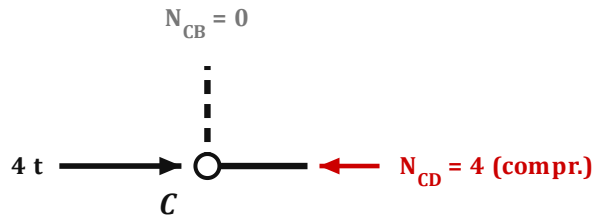


Coordenadas de los nudos. El vector se arma restando: destino – origen.

CB y CD son vertical y horizontal → sus fuerzas ya vienen partidas.
BD está INCLINADA → hay que partirla para meterla en ΣF_x y ΣF_y .

- 1) Extremos: D(7 ; 0) B(4 ; 3)
- 2) Vector D → B = destino – origen:
 $B - D = (4 - 7 ; 3 - 0) = (-3 ; +3)$
- 3) Longitud: $L = \sqrt{(-3)^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} = 4,243 \text{ m}$
- 4) Unitario: $u = (-3 ; 3)/3\sqrt{2} = (-1/\sqrt{2} ; +1/\sqrt{2})$

Como sube 3 m en 3 m, la barra está a 45° (el ángulo α de la figura) y por eso las dos componentes salen iguales.

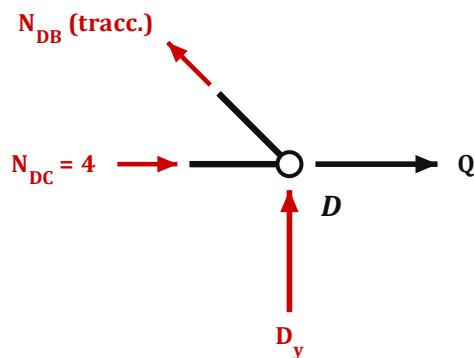


Nudo C.

Nudo C (barras CB vertical y CD horizontal + carga 4 t →)

$$\Sigma F_y = 0 : N_{CB} = 0 \rightarrow \text{BARRA NULA}$$

$$\Sigma F_x = 0 : N_{CD} + 4 = 0 \rightarrow N_{CD} = -4 \text{ t} \quad (\text{COMPRESIÓN})$$



Nudo D. D_y se dibuja hacia arriba (positiva supuesta).

Nudo D (barras DC y DB + carga Q → + reacción D_y)

N positivo = TRACCIÓN = la barra jala al nudo hacia el otro extremo.

DB traccionada jala a D hacia B, o sea según $u = (-1/\sqrt{2} ; +1/\sqrt{2})$:
aporta $-N_{DB}/\sqrt{2}$ en x y $+N_{DB}/\sqrt{2}$ en y

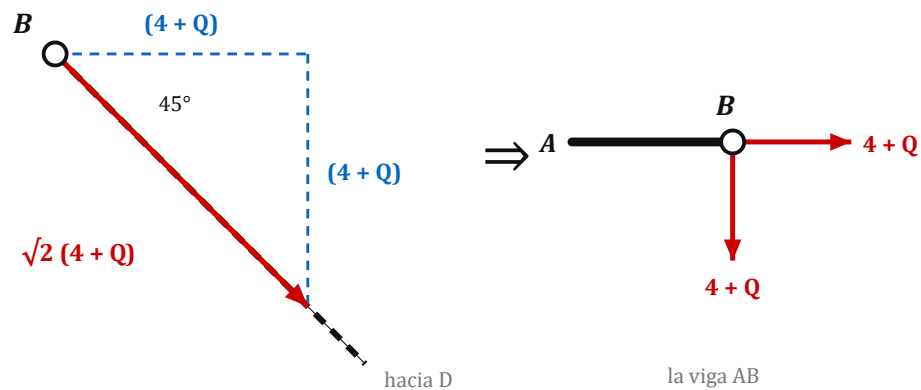
$$\Sigma F_x = 0 : -N_{DC} - N_{DB}/\sqrt{2} + Q = 0$$

$$4 - N_{DB}/\sqrt{2} + Q = 0 \quad (N_{DC} = -4)$$

$$N_{DB} = \sqrt{2} (4 + Q) \quad (\text{TRACCIÓN})$$

$$\Sigma F_y = 0 : \quad N_{DB}/\sqrt{2} + D_y = 0$$

$$D_y = - (4 + Q) \rightarrow (4+Q) \text{ hacia abajo}$$



Nudo B: la diagonal jala a B hacia D; sus componentes cargan la viga AB.

Nudo B – lo que le llega a la viga AB

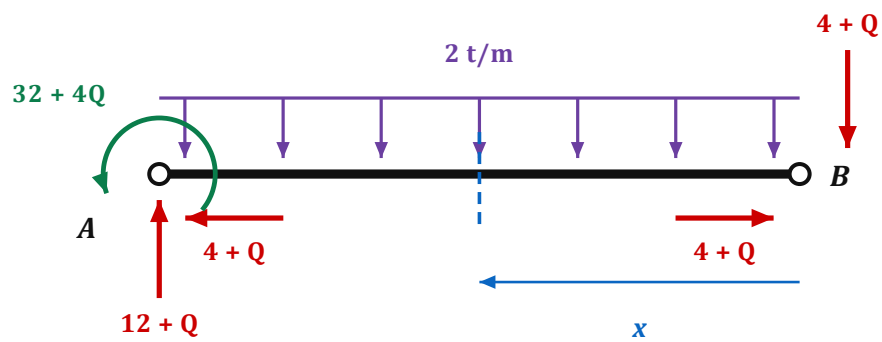
La MISMA barra BD vista por el otro extremo: en B jala hacia D, dirección opuesta a la de antes (acción y reacción):

$$u_B = (+1/\sqrt{2} ; -1/\sqrt{2})$$

$$\sqrt{2}(4+Q) \cdot (1/\sqrt{2} ; -1/\sqrt{2}) = ((4+Q) ; -(4+Q))$$

En B: $(4 + Q)$ horizontal $\rightarrow$ y $(4 + Q)$ vertical $\downarrow$

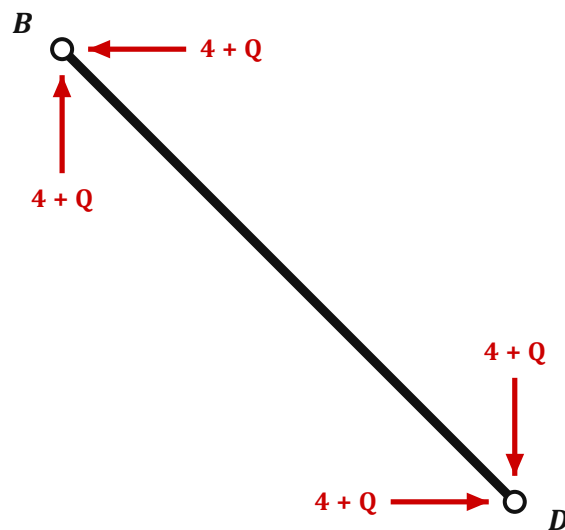
3 • Despiece — cuerpo libre de cada barra



Barra AB (I, a) — la única con inercia.

Barra AB — corte a x del extremo B (trozo de la derecha)

AXIAL	$N = 4 + Q$	(TRACCIÓN)	$\partial N / \partial Q = 1$	$L = 4$
FLEXIÓN	$M = (4+Q) \cdot x + 2 \cdot x \cdot (x/2) = (4 + Q) \cdot x + x^2$ $\partial M / \partial Q = x$			



Barra BD (a) — $2F$, tracción.

Barra BD $N = \sqrt{[(4+Q)^2 + (4+Q)^2]} = \sqrt{2} (4 + Q)$ (TRACCIÓN)
 $\partial N / \partial Q = \sqrt{2}$ $L = 3\sqrt{2} = 4,243 \text{ m}$

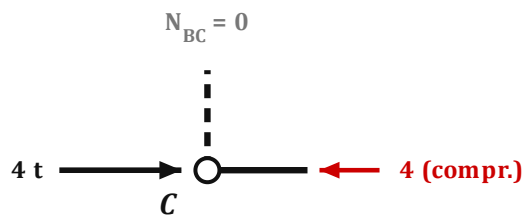
Problema 2 — barras que no contribuyen y suma

HOJA 6 de 18



Barra CD (a) — $2F$, compresión.

Barra CD $N = -4 \text{ t}$ (COMPRESIÓN) $\partial N / \partial Q = 0 \rightarrow$ NO CONTRIBUYE



Barra BC — nula. Se demuestra en el nudo C.

Barra BC En C solo concurren BC (vertical) y CD (horizontal), y la carga de 4 t es horizontal:
 $\Sigma F_y = 0$ en C $\rightarrow N_{BC} = 0$ (BARRA NULA) $\rightarrow$ NO CONTRIBUYE

4 · Evaluación en $Q = 0$ e integración

Barra	N (Q=0)	$\partial N/\partial Q$	L (m)	$N \cdot (\partial N/\partial Q) \cdot L$
AB	4	1	4	16
BD	$4\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$	$24\sqrt{2} = 33,941$
CD	-4	0	3	0
BC	0	0	3	0
Σ				$16 + 24\sqrt{2} = 49,941 \text{ t}\cdot\text{m}$

$$\delta_{\text{axial}} = 49,941 / 400 = 0,124853 \text{ m}$$

FLEXIÓN – solo la barra AB tiene inercia:

$$\begin{aligned}
 (1/EI) \int_0^4 (4x + x^2)(x) \, dx &= (1/EI) \int_0^4 (4x^2 + x^3) \, dx \\
 &= (1/EI) [4x^3/3 + x^4/4]_0^4 \\
 &= (1/EI) [256/3 + 64] = 448/3 /EI
 \end{aligned}$$

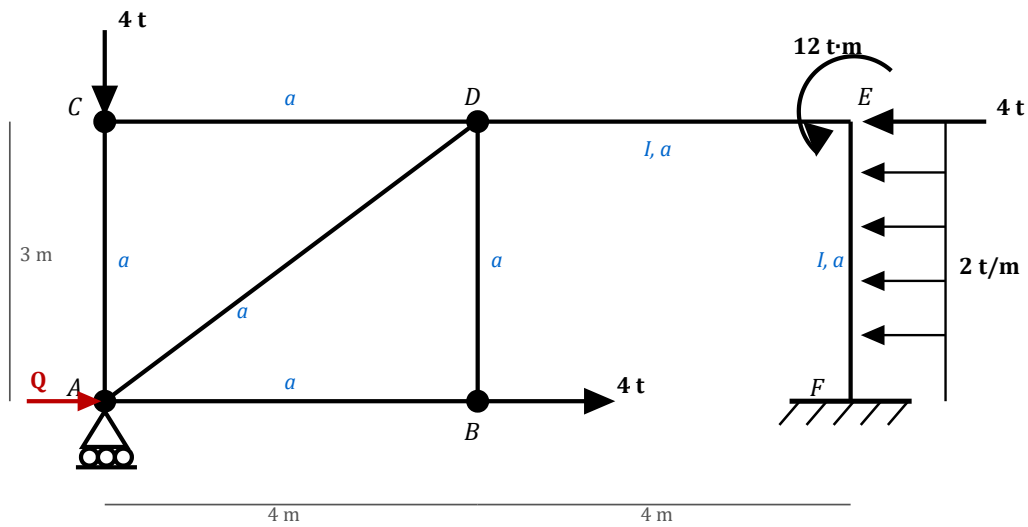
$$\delta_{\text{flexión}} = 149,333 / 1200 = 0,124444 \text{ m}$$

$$\delta_D = 0,124444 + 0,124853 = 0,249297 \text{ m}$$

$\delta_{D, \text{horizontal}} = 0,2493 \text{ m} \approx 24,93 \text{ cm} \rightarrow$ (hacia la derecha, en el sentido de Q)

PROBLEMA 3 (6 pts) – Desplazamiento horizontal del nodo A

Datos: $EI = 12600 \text{ t}\cdot\text{m}^2$ · $aE = 3150 \text{ t}$. Miembros DE y EF: I, a . Miembros AC, CD, AD, AB, BD: a .



Carga ficticia Q horizontal en A. El momento de 12 t·m en E es antihorario.

A es un rodillo → puede moverse horizontalmente y ahí no hay carga horizontal:

se coloca la carga ficticia Q → en A y al final $Q = 0$.

1 • El panel A-B-D-C es una chapa

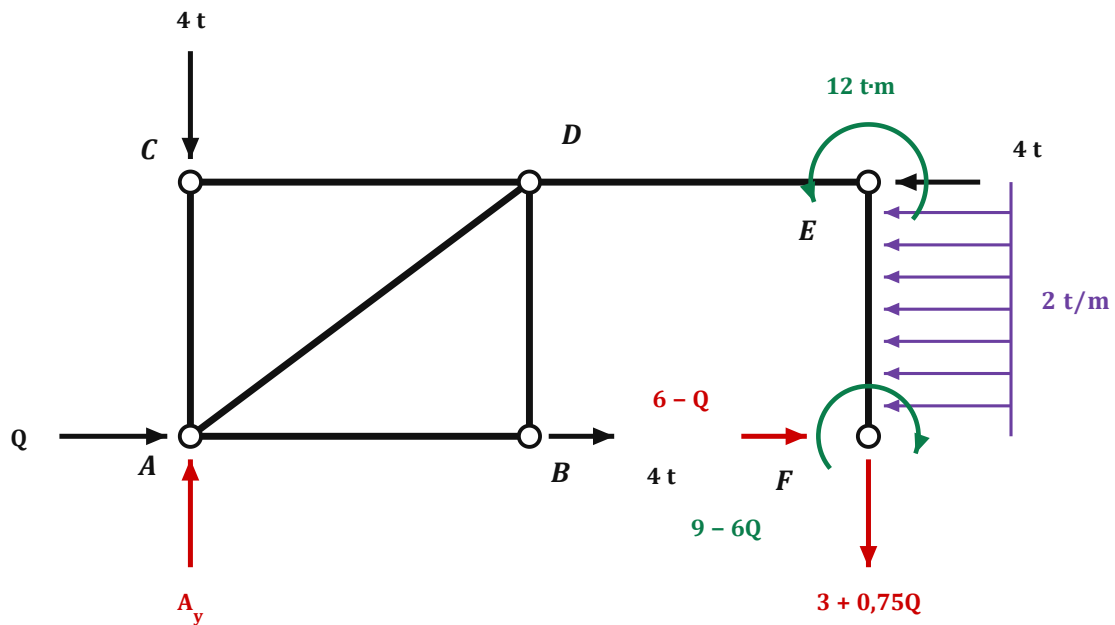
4 nudos y 5 barras (AC, CD, AD, AB, BD), triangulado:

$$G.D.H. = (b + r) - 2n = (5 + 3) - 2(4) = 0 \rightarrow \text{ISOSTÁTICA}$$

Los 3 vínculos son A_y del rodillo y las 2 componentes del pasador en D.

Se comporta como un cuerpo rígido, pero sus barras SÍ se deforman axialmente.

2 • Cuerpo libre de toda la estructura



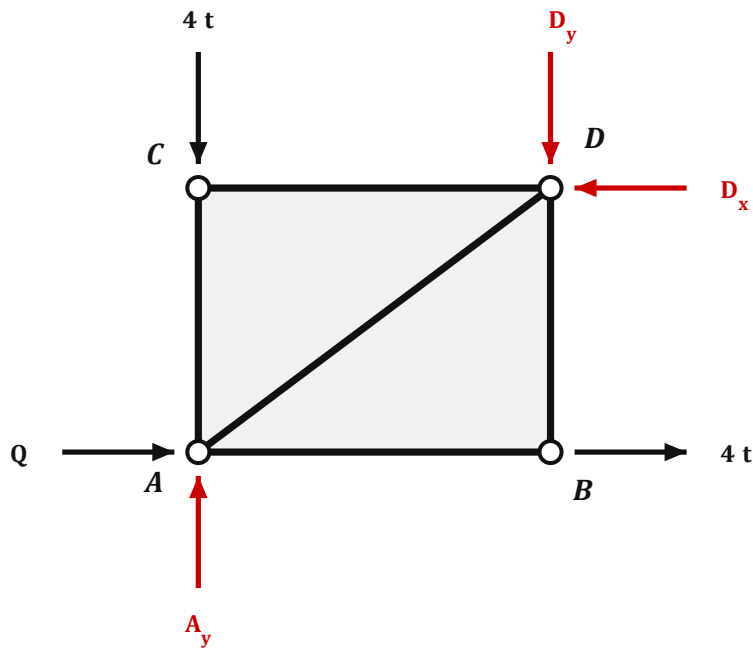
Todas las cargas y todas las reacciones.

Incógnitas de apoyo: $A_y \cdot F_x \cdot F_y \cdot M_F = 4$

Ecuaciones de estática: $= 3$

NO ALCANZA → hay que CORTAR en D. Se puede porque en D hay un PASADOR: pasa fuerzas pero NO pasa momento. Esa es la ecuación que falta.

3 · Cuerpo libre de la CHAPA A-B-D-C



Chapa sola. D_x y D_y son las incógnitas del pasador.

Sobre la chapa hay SEIS fuerzas y nada más:

$4\text{ t} \downarrow$ en C · $4\text{ t} \rightarrow$ en B · $Q \rightarrow$ en A · $A_y \uparrow$ en A · D_x y D_y en D

A es RODILLO → solo reacción vertical, NO hay A_x

(por eso A se mueve en horizontal y ahí va Q)

D es PASADOR → pasa 2 fuerzas y NINGÚN momento

3 incógnitas (A_y , D_x , D_y) y 3 ecuaciones.

Se arranca por el momento EN D: ahí las dos del pasador tienen brazo cero y se van solas.

$\Sigma M_D = 0$ (antihorario +, D en (4;3)):

$4\text{ t} \downarrow$ en C → brazo horizontal 4 m → $+ 4(4) = +16$

$4\text{ t} \rightarrow$ en B → brazo vertical 3 m → $+ 4(3) = +12$

$Q \rightarrow$ en A → brazo vertical 3 m → $+ 3Q$

$A_y \uparrow$ en A → brazo horizontal 4 m → $- 4A_y$

D_x , D_y en D → BRAZO CERO → 0

$$16 + 12 + 3Q - 4A_y = 0 \rightarrow A_y = (28+3Q)/4 = 7 + 0,75 Q \uparrow$$

Ya con A_y , las otras dos ecuaciones dan el pasador:

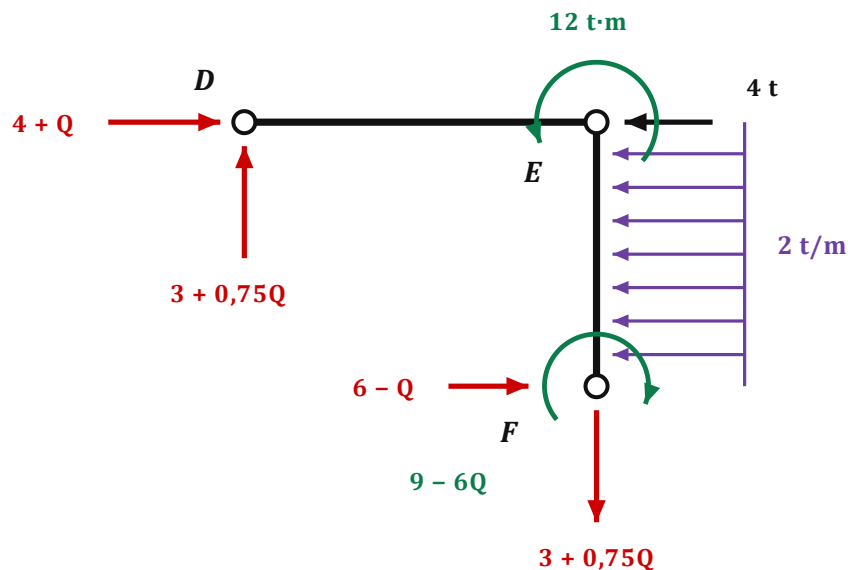
$$\Sigma F_x = 0 \quad (\rightarrow +) : \quad Q + 4 - D_x = 0 \quad \rightarrow \quad D_x = 4 + Q$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_y = 0 \quad (\uparrow +) : \quad A_y - 4 - D_y &= 0 \\ (7 + 0,75Q) - 4 - D_y &= 0 \\ D_y &= 3 + 0,75 Q \end{aligned}$$

Las dos POSITIVAS $\rightarrow$ el sentido supuesto era correcto:
sobre la chapa van $(4+Q) \leftarrow$ y $(3+0,75Q) \downarrow$

Por acción y reacción, al PÓRTICO le llega lo contrario:
 $(4 + Q) \rightarrow$ y $(3 + 0,75Q) \uparrow$

4 · Cuerpo libre del pórtico D-E-F



El otro lado del corte: en D, lo mismo al revés.

$$\begin{aligned} \Sigma F_x = 0 : \quad (4+Q) - 4 - 6 + F_x &= 0 \quad \rightarrow \quad F_x = 6 - Q \quad \rightarrow \\ \Sigma F_y = 0 : \quad (3 + 0,75Q) + F_y &= 0 \quad \rightarrow \quad F_y = 3 + 0,75Q \quad \downarrow \\ \Sigma M_F = 0 : \quad &M_F = 9 - 6Q \quad \text{horario} \end{aligned}$$

(el -6 es la distribuida: $2 \text{ t/m} \times 3 \text{ m}$, hacia la izquierda)

Comprobación con $Q = 0$:

$$\Sigma F_x : 4 - 4 - 6 + 6 = 0 \quad \checkmark$$

$$\Sigma F_y : 7 - 4 - 3 = 0 \quad \checkmark$$

5 · Ahora sí, los nudos — hace falta N_{AD}

Las reacciones no bastan: Castigliano necesita la fuerza en CADA barra.

De la chapa, la única que depende de Q es AD .

Nudo C $\Sigma F_x = 0 : N_{CD} = 0$ (BARRA NULA)

$$\Sigma F_y = 0 : -N_{CA} - 4 = 0 \rightarrow N_{CA} = -4 \text{ t (COMPRESIÓN)}$$

Nudo B $\Sigma F_y = 0 : N_{BD} = 0$ (BARRA NULA)

$$\Sigma F_x = 0 : -N_{BA} + 4 = 0 \rightarrow N_{BA} = +4 \text{ t (TRACCIÓN)}$$

Nudo A Dirección AD : de $A(0;0)$ a $D(4;3) \rightarrow (4;3)/5 = (0,8 ; 0,6)$

$$\Sigma F_x = 0 : 0,8 \cdot N_{AD} + 4 + Q = 0$$

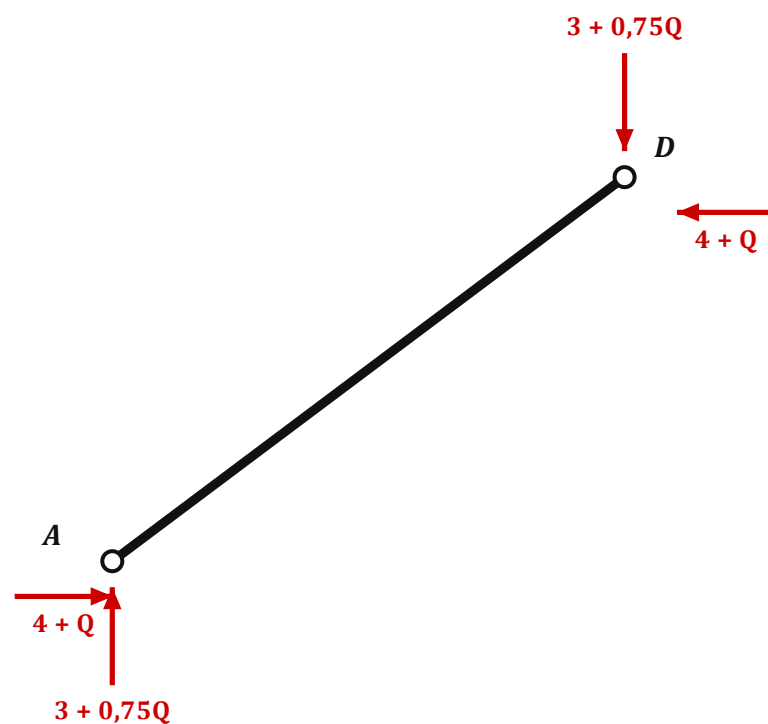
$$N_{AD} = -1,25 (4 + Q) \quad (\text{COMPRESIÓN})$$

$$\Sigma F_y = 0 : -4 + 0,6(-1,25)(4+Q) + A_y = 0$$

$$A_y = 7 + 0,75 Q \quad \uparrow$$

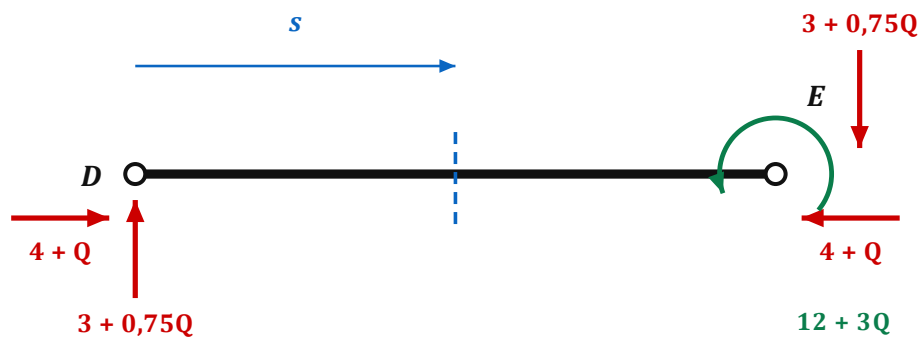
A_y salió DOS veces — por la chapa (ΣM_D) y por el nudo A —
y da lo mismo: $7 + 0,75Q$. Esa es la comprobación de la estática.

6 · Despiece — cuerpo libre de cada barra



Barra AD (a) — $2F$, compresión. La única barra "a" que depende de Q .

Barra AD	$N = - 1,25 (4 + Q)$	(COMPRESIÓN)	$\partial N / \partial Q = - 1,25$	$L =$
5 m	Con $Q = 0$: $N = - 5 \text{ t}$			



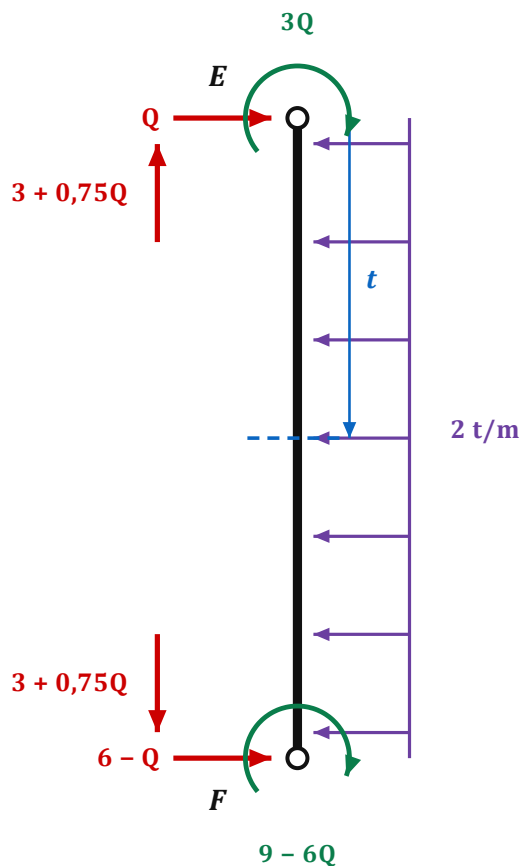
Barra DE (I, a) — viga superior.

Barra DE — corte a s del extremo D (trozo de la izquierda)

AXIAL $N = - (4 + Q)$ (COMPRESIÓN) $\partial N / \partial Q = - 1$ $L = 4 \text{ m}$

FLEXIÓN $M = 0,75(4 + Q) \cdot s$ $\partial M / \partial Q = 0,75 s$

Chequeo: en $s = 4 \rightarrow M = 12 + 3Q = \text{el momento de extremo en E } \checkmark$



Barra EF (I, a) — columna empotrada en F.

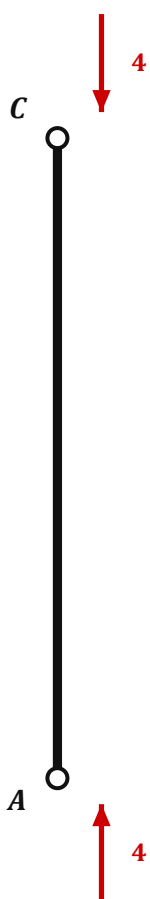
Barra EF — corte a t desde E hacia abajo (trozo de arriba)

En el nudo E los $4\text{ t} \leftarrow$ y el momento de $12\text{ t}\cdot\text{m} \curvearrowright$ se descuentan contra lo que trae DE. A la columna entra por arriba solo Q y $3Q$.

AXIAL $N = 3 + 0,75Q = 0,75(4 + Q)$ (TRACCIÓN) $\partial N / \partial Q = 0,75$
 $L = 3\text{ m}$

FLEXIÓN $M = t^2 - Q(3 + t)$ $\partial M / \partial Q = -(3 + t)$

Con $Q = 0$: $M = t^2$



Barra AC (a) — compresión.

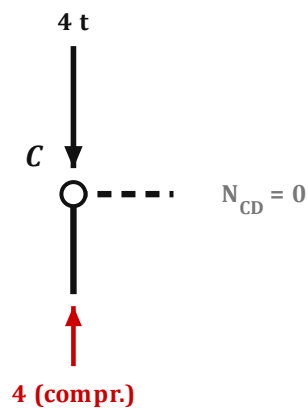


Barra AB (a) — tracción.

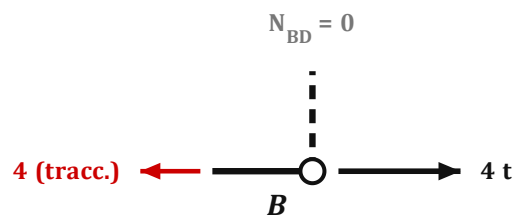
<u>Barra AC</u>	$N = - 4 \text{ t}$	(COMPRESIÓN)	$\partial N / \partial Q = 0 \rightarrow$	NO CONTRIBUYE
<u>Barra AB</u>	$N = + 4 \text{ t}$	(TRACCIÓN)	$\partial N / \partial Q = 0 \rightarrow$	NO CONTRIBUYE

Problema 3 — barras nulas

HOJA 13 de 18



Barra CD — nula. Se demuestra en el nudo C.



Barra BD — nula. Se demuestra en el nudo B.

<u>Barra CD</u>	$N = 0$	<u>Barra BD</u>	$N = 0$
-----------------	---------	-----------------	---------

Ya quedaron demostradas en los nudos C y B (sección 5).

Aquí solo se dibuja su cuerpo libre: $\partial N / \partial Q = 0 \rightarrow$ NO CONTRIBUYEN

7 • Evaluación en $Q = 0$ e integración

CRITERIO DE SIGNOS: en cada barra M se escribe con el sentido que sale de SU cuerpo libre y $\partial M / \partial Q$ se deriva de ESA misma expresión. Si a una barra se le invierte el criterio, M y $\partial M / \partial Q$ cambian de signo a la vez y el producto queda igual. Lo que no se puede es mezclar criterios DENTRO de una misma barra.

Barra	$N (Q=0)$	$\partial N / \partial Q$	$L (m)$	$N \cdot (\partial N / \partial Q) \cdot L$
AD	-5	-1,25	5	31,25
DE	-4	-1	4	16
EF	3	0,75	3	6,75
AC, CD, AB, BD	—	0	—	0
Σ				54 t·m

$$\delta_{axial} = 54 / 3150 = 0,0171429 \text{ m}$$

Miembro	M(x)	$\partial M/\partial Q$	M con Q = 0	L (m)	$\int M \cdot (\partial M/\partial Q) dx$
DE	$0,75(4+Q) \cdot s$	$0,75 s$	$3 s$	4	$\int_0^4 2,25 s^2 ds = +48$
EF	$t^2 - Q(3+t)$	$-(3+t)$	t^2	3	$-\int_0^3 (3t^2 + t^3) dt = -47,25$
Σ					$0,75 t \cdot m^3$

Barra DE: $\int_0^4 (3s)(0,75 s) ds = 2,25 (64/3) = +48$

Barra EF: $\int_0^3 (t^2) \cdot (-(3+t)) dt = - [t^3 + t^4/4]_0^3$
 $= - (27 + 20,25) = - 47,25$

$\Sigma = 48 - 47,25 = 0,75 t \cdot m^3$

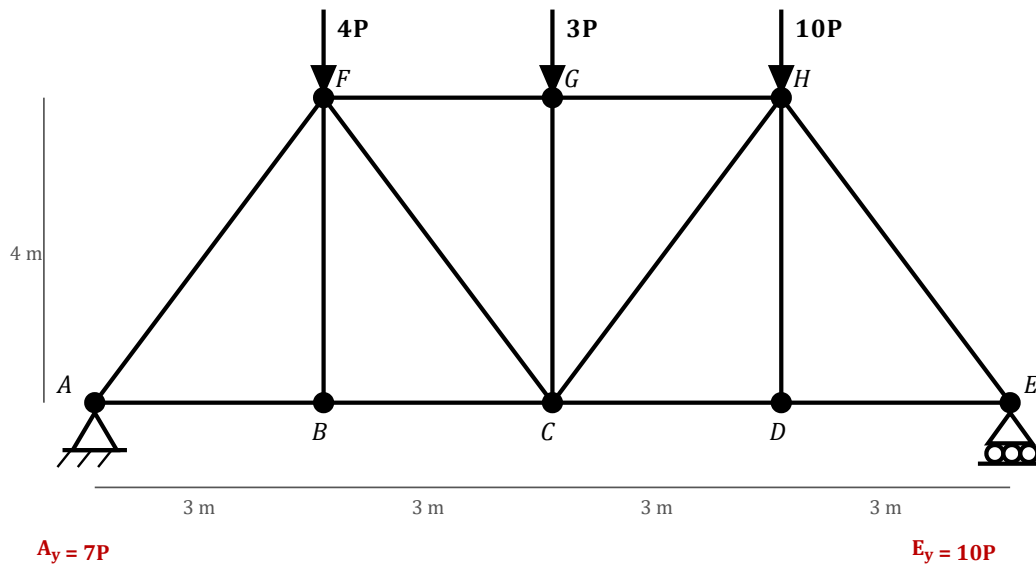
$\delta_{flexión} = 0,75 / 12600 = 0,0000595 m$

$\delta_A = 0,0171429 + 0,0000595 = 0,0172024 m$

$\delta_{A, horizontal} = 0,01720 m \approx 1,72 cm \rightarrow$ (hacia la derecha, en el sentido de Q)

PROBLEMA 4 (6 pts) — Carga máxima P

Datos: perfiles W250×80 · E = 200 GPa · $\sigma_y = 250$ MPa · FS cedencia = 1,75 · FS pandeo = 3.



Armadura de 12 m de luz y 4 m de altura. Diagonales 3-4-5.

1 • Reacciones

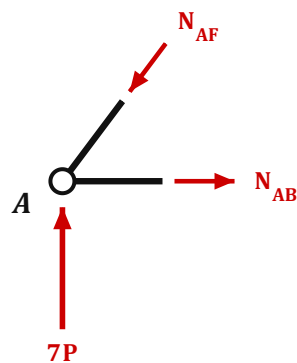
$$\Sigma M_A = 0 : E_y(12) = 4P(3) + 3P(6) + 10P(9) = 12P + 18P + 90P = 120P$$

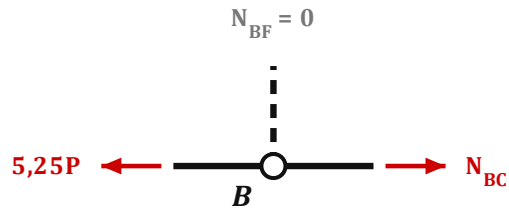
$$E_y = 10P \uparrow$$

$$\Sigma F_y = 0 : A_y = 17P - 10P = 7P \uparrow$$

$$\Sigma F_x = 0 : A_x = 0$$

2 • Método de los nudos (diagonales 3-4-5: $\cos = 0,6$ · $\sen = 0,8$)

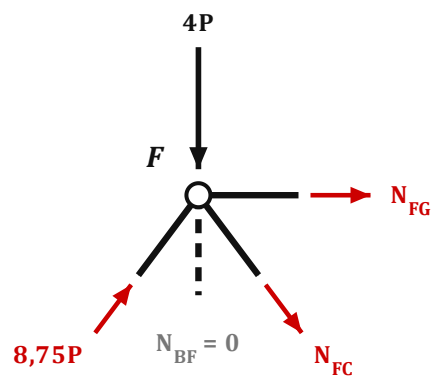


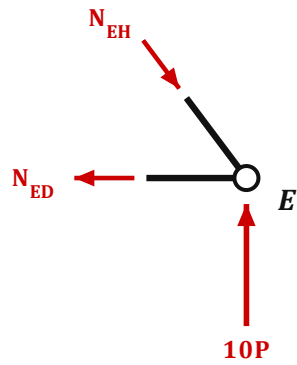


Nudo A $\Sigma F_y: 0,8 \cdot N_{AF} + 7P = 0 \rightarrow N_{AF} = -8,75P$ (compresión)

$\Sigma F_x: N_{AB} + 0,6(-8,75P) = 0 \rightarrow N_{AB} = +5,25P$ (tracción)

Nudo B $\Sigma F_y: N_{BF} = 0$ (BARRA NULA) $\cdot \Sigma F_x: N_{BC} = 5,25P$





Nudo F $\Sigma F_y: 0,8(8,75P) - 0,8 \cdot N_{FC} - 4P = 0$

$$7P - 0,8 \cdot N_{FC} - 4P = 0 \quad \rightarrow \quad N_{FC} = + 3,75P$$

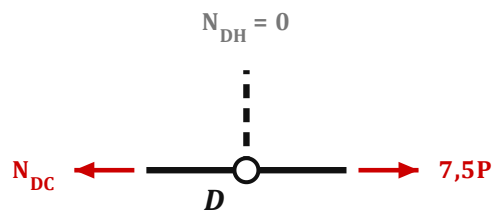
(tracción)

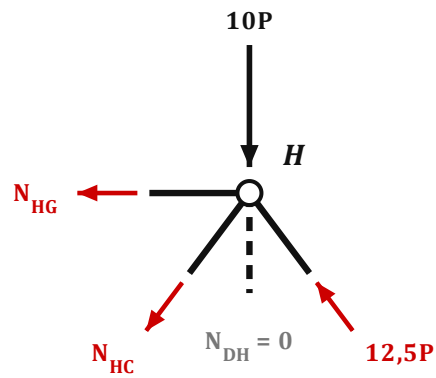
$$\Sigma F_x: 5,25P + N_{FG} + 0,6(3,75P) = 0 \quad \rightarrow \quad N_{FG} = - 7,5P$$

(compresión)

Nudo E $\Sigma F_y: 0,8 \cdot N_{EH} + 10P = 0 \quad \rightarrow \quad N_{EH} = - 12,5P$ (compresión)

$$\Sigma F_x: -N_{ED} + 0,6(12,5P) = 0 \quad \rightarrow \quad N_{ED} = + 7,5P$$
 (tracción)



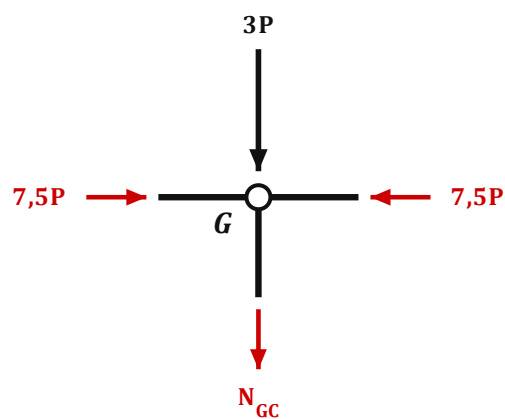


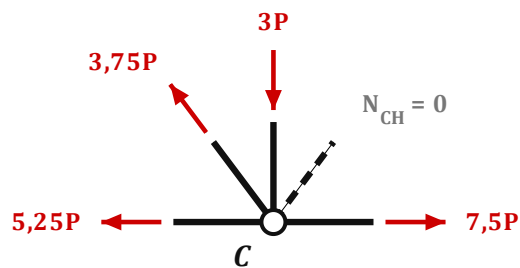
Nudo D $\Sigma F_y: N_{DH} = 0$ (BARRA NULA) $\cdot \Sigma F_x: N_{DC} = 7,5P$

Nudo H $\Sigma F_y: 0,8(12,5P) - 0,8 \cdot N_{HC} - 10P = 0$

$10P - 0,8 \cdot N_{HC} - 10P = 0 \rightarrow N_{HC} = 0$ (BARRA NULA)

$\Sigma F_x: -0,6(12,5P) - N_{HG} = 0 \rightarrow N_{HG} = -7,5P$ (compresión)





Nudo G $\Sigma F_y: -N_{GC} - 3P = 0 \rightarrow N_{GC} = -3P$ (compresión)

Nudo C (comprobación)

$$\Sigma F_y: 0,8(3,75P) - 3P + 0,8(0) = 3P - 3P = 0 \quad \checkmark$$

$$\Sigma F_x: -5,25P + 7,5P - 0,6(3,75P) + 0,6(0) = 0 \quad \checkmark$$

3 · Tabla de fuerzas

Miembro	L (m)	Fuerza	Tipo
AB	3	5,25 P	Tracción
BC	3	5,25 P	Tracción
CD	3	7,50 P	Tracción
DE	3	7,50 P	Tracción
FG	3	7,50 P	Compresión
GH	3	7,50 P	Compresión
BF	4	0	Nula
CG	4	3,00 P	Compresión
DH	4	0	Nula
AF	5	8,75 P	Compresión
FC	5	3,75 P	Tracción
CH	5	0	Nula
HE	5	12,50 P	Compresión ← la mayor

4 · Propiedades del perfil W250×80

$$A = 10\,200 \text{ mm}^2$$

$$I_x = 126 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad r_x = 111 \text{ mm}$$

$$I_y = 43,1 \times 10^6 \text{ mm}^4 \quad r_y = 65,0 \text{ mm} \quad \leftarrow r \text{ mínimo (pandea por aquí)}$$

$$E = 200 \text{ GPa} = 200\,000 \text{ MPa} \quad \sigma_y = 250 \text{ MPa}$$

5 · Criterio de cedencia (FS = 1,75)

La CEDENCIA le aplica a todos los miembros, traccionados y comprimidos
(el enunciado dice "falla por cedencia", no "por tracción").

$$\sigma_{adm} = 250 / 1,75 = 142,86 \text{ MPa}$$

$$N_{adm} = \sigma_{adm} \cdot A = 142,86 \times 10\,200 = 1\,457\,143 \text{ N} = 1457,14 \text{ kN}$$

Máxima TRACCIÓN – CD y DE con 7,5P :

$$7,5 P \leq 1457,14 \text{ kN} \quad \rightarrow \quad P \leq 194,29 \text{ kN}$$

Máxima COMPRESIÓN – HE con 12,5P :

$$12,5 P \leq 1457,14 \text{ kN} \quad \rightarrow \quad P \leq 116,57 \text{ kN} \quad \leftarrow \text{manda en cedencia}$$

6 · Criterio de pandeo (FS = 3)

$$\sigma_{cr} = \pi^2 E / (L/r)^2 \quad \text{con tope} \quad \sigma_{cr} \leq \sigma_y = 250 \text{ MPa}$$

Barra	L (mm)	L/r _y	σ_{cr} Euler	σ_{cr} usada	P _{cr} (kN)	P _{adm}	Límite de P
FG, GH	3000	46,15	926,6	250	2550	850	7,5P ≤ 850 → 113,33
CG	4000	61,54	521,2	250	2550	850	3P ≤ 850 → 283,33
AF	5000	76,92	333,6	250	2550	850	8,75P ≤ 850 → 97,14
HE	5000	76,92	333,6	250	2550	850	12,5P ≤ 850 → 68,00

Todas las σ_{cr} de Euler superan 250 MPa → en las cuatro se usa el tope
 $\sigma_{cr} = \sigma_y = 250 \text{ MPa}$ (como indica el enunciado):

$$P_{cr} = 250 \times 10\,200 = 2\,550\,000 \text{ N} = 2550 \text{ kN}$$

$$P_{adm} = 2550 / 3 = 850 \text{ kN}$$

$$\text{Rige HE: } 12,5 P \leq 850 \text{ kN} \rightarrow P \leq 68 \text{ kN}$$

$$\text{Cedencia: } P \leq 116,57 \text{ kN}$$

$$\text{Pandeo: } P \leq 68,00 \text{ kN} \leftarrow \text{RIGE}$$

$P_{\text{máx}} = 68 \text{ kN}$ — controla el pandeo del miembro HE